

# PATRONES EFICIENTES DE PILOTOS EN SISTEMAS OFDM PARA CANALES INALÁMBRICOS SELECTIVOS EN TIEMPO Y FRECUENCIA

Antonio García Marqués      Eduardo Morgado Reyes      Alfonso Cano Pleite      Antonio Caamaño Fernández      Javier Ramos López  
 Departamento de Ciencias de la Comunicación      Departamento de Ciencias de la Comunicación  
 Universidad Rey Juan Carlos      Universidad Rey Juan Carlos      Universidad Rey Juan Carlos      Universidad Rey Juan Carlos      Universidad Rey Juan Carlos  
 e-mails : <antonio.garcia.marques, eduardo.morgado, alfonso.cano, antonio.caamano, javier.ramos> @urjc.es

**Abstract-** In coherent systems, when the channel is not known at the receiver, pilot-assisted techniques are needed to estimate the channel. Using OFDM, this paper overcomes the problem of designing such optimum pilot patterns that efficiently estimate doubly selective (in time and frequency) fading channels. We show that, decoupling time- and frequency- selectivity, the challenging process of estimating such channels can be seen as a two-dimensional sampling problem. We further propose *efficient* sampling patterns depending on the spreading (multipath and Doppler) function of the channel.

## I. INTRODUCCIÓN

Las comunicaciones móviles de banda ancha sufren selectividad en frecuencia (debido al multitrayecto) y en tiempo (por el efecto Doppler). Cuando ambos efectos ocurren a la vez, tenemos los denominados canales doblemente selectivos. Poder diseñar sistemas de comunicaciones sobre este tipo de canales presenta un reto investigador que está tomando reciente interés. Por otro lado, OFDM es un estándar que postula su candidatura como tecnología predominantante en la cuarta generación de comunicaciones móviles inalámbricas, es por lo tanto relevante analizar este tipo de sistemas sobre dichos canales doblemente selectivos.

La detección OFDM coherente implica el conocimiento del canal en el receptor. Cuando esto no es posible, se introducen pilotos conocidos a partir de los cuales se estima el resto del canal. El número de pilotos que se introduce afecta en la tasa de transmisión de la información y es por tanto un parámetro a minimizar en base a un *criterio*. Si se examina la literatura existente sobre el tema –e.g. [1], [2] y [3]–, se descubre cómo la mayoría de los autores busca aquellos patrones de pilotos que minimizan el error cuadrático medio (MMSE) o maximizan la capacidad del canal. En general, la capacidad de un canal doblemente selectivo entrenado no es conocida y por tanto solamente se obtienen patrones de pilotos que maximizan cotas inferiores sobre la capacidad. Solamente en [4] se ofrecen patrones óptimos para canales doblemente selectivos bajo un modelo de canal específico: el modelo de expansión de bases.

En el presente trabajo se propone un nuevo método de análisis -para cualquier tipo de canales- más intuitivo que los anteriormente citados que ilustra el efecto de estimar el canal con un patrón de pilotos determinado. En base a este nuevo método, estaremos en condiciones de analizar cuál de todas

las distribuciones bidimensionales regulares es la más *eficiente*. Simulaciones con canales reales confirmarán nuestros fundamentos teóricos.

## II. NOTACIÓN Y MODELO

A continuación se introduce el canal doblemente selectivo, se propone un esquema general de transmisión OFDM sobre estos canales y se modela el canal equivalente resultante.

### A. El canal doblemente selectivo

Sea  $h(t; \tau)$  la respuesta al impulso general (incluyendo los filtros de transmisión y recepción) de un canal fading doblemente selectivo.  $\tau_{max}$  es el valor máximo de los retardos  $\tau$  del multitrayecto, mientras que  $f_{Dmax}$  es el valor máximo de la dispersión Doppler en frecuencia, provocadora de la variabilidad temporal del canal. Estos parámetros se supondrán conocidos por el receptor<sup>1</sup>. Supongamos que nuestro tiempo de muestreo es  $T_s$ , el canal discreto equivalente viene por tanto dado por el vector  $\mathbf{h}(n;l)=[h_0(n), \dots, h_L(n)]^T$  donde  $L=[\tau_{max}/T_s]$ ; los coeficientes  $h_l(n)$  serán modelados como variables complejas gaussianas de media cero y varianza  $\sigma_{h_l}^2$ . De acuerdo con lo anterior, la relación entre entrada y salida del canal será la que se presenta en (1),

$$y(n) = \sum_{l=0}^L h_l(n)x(n-l) + w(n) \quad (1)$$

donde el término de ruido  $w(n)$  es una variable gaussiana compleja con varianza  $N_0/2$

### B. Modulación OFDM

Tomemos bloques de  $N \geq L$  símbolos cada uno, representados por el vector  $\mathbf{u}(i)$  de tamaño  $N \times 1$ , siendo  $i$  el  $i$ -ésimo bloque. Apliquémosles la operación IFFT, añadamos un prefijo (CP) de longitud  $L$  y transmitamos dicho bloque por el canal doblemente selectivo. Ya en el receptor eliminamos el CP y realizamos la operación FFT. El bloque resultante será denotado como  $\mathbf{v}(i)$ . Si consideramos que el canal  $h_l(n)$  permanece invariante durante la duración de cada bloque de duración  $T_{s,OFDM}=(N+L)T_s$  segundos<sup>2</sup>, el  $k$ -ésimo símbolo dentro del bloque  $\mathbf{u}(i)$ ,  $u(i;k)$ , estará afectado por la FFT del canal:

$$\tilde{h}(i;k) = \sum_{l=0}^L h_l(i) \exp(-j2\pi lk / N) \quad (2)$$

Obteniendo la siguiente relación entrada-salida:

<sup>1</sup> Disponibles típicamente mediante técnicas de sondeo del canal.

<sup>2</sup> Asunción razonable para tamaños de bloque suficientemente pequeños en comparación con la variabilidad del canal.

$$v(i; k) = \tilde{h}(i; k)u(i; k) + w(i; k), \quad k \in [0, N-1] \quad (3)$$

Que se puede escribir de forma más compacta utilizando notación matricial:

$$\mathbf{v}(i) = \mathbf{D}_h(i) \cdot \mathbf{u}(i) + \mathbf{w}(i), \quad (4)$$

En donde  $\mathbf{D}_h(i) := \text{diag}[\tilde{h}(i;0), \dots, \tilde{h}(i;N)]$ . Como se puede apreciar en (4), hemos conseguido diagonalizar el canal. Si  $L > 0$ , el canal es selectivo en frecuencia (los valores varían a lo largo de la diagonal de  $\mathbf{D}_h(i)$ ), que, unido a su selectividad en tiempo (índice  $i$ ) constituyen el canal doblemente selectivo (nótese que el efecto de tomar bloques suficientemente pequeños es el de desacoplar la variabilidad frecuencial de la temporal).

### C. Espectro bidimensional del canal

Considérese un proceso estocástico bidimensional  $x^{2D}(i; k)$ , la densidad espectral de potencia bidimensional del proceso,  $S_x^{2D}(\omega_i, \omega_k)$ , puede ser calculada a través de la Transformada de Fourier bidimensional de la función de correlación cruzada  $C_x^{2D}(\Delta i; \Delta k)$ . Si la variación en  $i$  y  $k$  es independiente (como efectivamente sucede con el multitrayecto y el Doppler [5]), se puede separar la función de correlación bidimensional como el producto de correlaciones unidimensionales:

$$C_x^{2D}(\Delta i; \Delta k) = C_x^{1D}(\Delta i) C_x^{1D}(\Delta k), \quad (5)$$

De esta manera, la densidad espectral de potencia bidimensional del canal podrá calcularse simplemente mediante:

$$S_x^{2D}(\omega_i; \omega_k) = TF_{\omega_i} \{ C_x^{1D}(\Delta i) \} TF_{\omega_k} \{ C_x^{1D}(\Delta k) \}, \quad (6)$$

## III. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En este apartado se presentará, en primer lugar, el proceso de estimación del canal en todos sus puntos a través de la estimación directa del mismo en las posiciones de los pilotos. Una vez que se ha establecido el método de estimación, se afrontará el estudio de cuál es la disposición óptima de los pilotos.

### A. Estimación del canal

En lo que a estimación del canal se refiere, se enviarán datos conocidos (pilotos),  $u_p(i; k)$ , en determinadas posiciones a fin de que el receptor pueda estimar el canal,  $\tilde{h}_p(i; k)$ , en esos puntos a través de la señal recibida,  $v_p(i; k)$ , siguiendo un criterio LS:

$$\tilde{h}_p(i; k) = \frac{v_p(i; k)}{u_p(i; k)} \quad (7)$$

Para el resto de posiciones, el receptor implementará una estimación bidimensional atendiendo al criterio del mínimo error cuadrático medio (LMMSE) [6] de los coeficientes (atenuaciones) del canal  $\tilde{h}(i; k)$ . Tomemos  $M$  símbolos OFDM (cada uno conteniendo  $N$  subportadoras). Si  $\tilde{\mathbf{h}}_p$  es un vector  $P \times 1$  que contiene los  $P$  pilotos, la estimación sobre las  $NM-P$  muestras del canal restantes se implementará como:

$$\hat{\mathbf{h}}_h = \mathbf{R}_{\tilde{h}_p \tilde{h}_p}^{-1} \mathbf{R}_{\tilde{h}_p \tilde{h}_p}^{-1} \tilde{\mathbf{h}}_p, \quad (8)$$

en donde  $\hat{\mathbf{h}}_h$  es un vector de tamaño  $(NM-P) \times 1$  que contiene las estimaciones de los valores del canal en los puntos donde

no hay pilotos transmitidos. Esta estimación está basada en los valores estimados de los pilotos ( $\tilde{\mathbf{h}}_p$ ), en la relación entre pilotos,  $\mathbf{R}_{\tilde{h}_p \tilde{h}_p} = E[\tilde{\mathbf{h}}_p \tilde{\mathbf{h}}_p^*]$ , y en la relación entre la posición de los pilotos y el resto de posiciones,  $\mathbf{R}_{\tilde{h}_p \tilde{h}_p} = E[\tilde{\mathbf{h}}_p \tilde{\mathbf{h}}_p^*]$ . El cálculo de estas matrices de forma exacta puede consultarse en, e.g., [6], mientras que implementaciones subóptimas de carácter más sencillo se encuentran en [7].

Así pues, basándose en el método propuesto, puede obtenerse una estimación de canal en todos los puntos de la rejilla, por lo que la ecualización global en el receptor es posible y, por lo tanto, puede obtenerse una estimación que permita recuperar los símbolos transmitidos  $\hat{\mathbf{u}}(i)$ . Es también conocido que el proceso de ecualización aquí presentado adolece de falta de robustez frente a nulos en la rejilla de la FFT del canal, lo que provoca que la matriz  $\mathbf{D}_h(i)$  esté mal condicionada y se produzca una amplificación del ruido. En [8] se sugiere el uso de precodificación lineal para resolver este problema.

### B. Estimación vía muestreo de espectro bidimensional

Nuestro objetivo en este punto es mostrar que, debido a la doble selectividad de nuestro canal, el posicionamiento de pilotos puede verse como un problema de muestreo bidimensional, lo cual hace que las estrategias óptimas de muestreo dependan directamente del espectro del canal. Así pues, el problema de distribución óptima de pilotos pasaría a verse como la distribución óptima de puntos de muestreo de un proceso bidimensional.

El muestreo periódico bidimensional se describe como la multiplicación del proceso original por un tren bidimensional de deltas en el dominio temporal, que en el dominio transformado se traduce en la convolución del tren de deltas dual por el espectro original, replicándose de acuerdo a una rejilla definida por la transformada del tren de deltas de muestreo. Como es bien sabido, por la teoría clásica de muestreo, la señal muestreada podrá recuperarse en su integridad si el espectro de ésta se encuentra concentrado en el límite de la región (banda, en terminología unidimensional) de muestreo. Definamos esta región  $\mathcal{R}$ , como:

$$x(i; k) \text{ t.q. : } X(\omega_i; \omega_k) = \begin{cases} X(\omega_i; \omega_k), & (\omega_i; \omega_k) \in \mathcal{R} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (9)$$

en donde  $X(\omega_i; \omega_k)$  es la TF de  $x(i; k)$ . Así pues, para que no exista solapamiento y, por lo tanto, pueda recuperarse la señal muestreada de manera fiel, dos serán los factores determinantes: los límites del espectro de la señal original –  $R$ – y la región de réplica generada en función de las frecuencias de muestreo  $-\Omega_p$ ,  $\Omega_k$ – y de la estructura de la rejilla de muestreo.

Vayamos, pues, paso por paso: sean  $N_i$  ( $N_k$ ) la separación entre pilotos en tiempo<sup>3</sup> (frecuencia). Sea  $\tilde{x}(i; k)$  la señal muestreada:

$$\tilde{x}(i; k) = x(i; k) \cdot \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \delta(i - pN_i, k - qN_k) \quad (10)$$

Como se puede apreciar, la relación entre  $p$  y  $q$  fija la estructura de la rejilla de muestreo. El espectro de esta señal

<sup>3</sup> Supongamos por el momento que nuestros bloques son de tamaño infinito tanto en tiempo como en frecuencia.

muestreada,  $\tilde{X}(\omega_i; \omega_k)$ , es:

$$\tilde{X}(\omega_i, \omega_k) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} X(\omega_i - p\Omega_i, \omega_k - q\Omega_k) \quad (11)$$

El espectro, por lo tanto, se ha replicado. El objetivo que perseguimos será, consecuentemente, encontrar las frecuencias y estructura de rejilla de muestreo que permitan recuperar de manera fiel nuestro canal y que utilice un mínimo número de muestras (pilotos).

### C. Huellas espectrales de canales móviles doblemente selectivos

Con vistas a este objetivo expuesto en la sección anterior, debemos en este punto retomar nuestra discusión sobre la naturaleza del canal de trabajo y, en especial, sobre la densidad espectral de potencia del mismo (6). El hecho de que la correlación del canal pueda separarse de forma independiente en tiempo y frecuencia suele sugerir que la limitación del espectro será también independiente en cada una de las dos dimensiones y que, por lo tanto, la región en la que se puede afirmar con rotundidad que la densidad espectral del canal,  $S_x^{2D}$ , es nula será la exterior al rectángulo formado por los anchos de banda del canal (i.e.  $R$  será un rectángulo) y, consecuentemente, será el muestreo de esquema rectangular el más adecuado [4] (no hay forma más eficiente de compactar rectángulos a lo largo de un plano que a través de una estructura rectangular). No obstante, no debe olvidarse que el proceso considerado es intrínsecamente bidimensional, por lo que tiene que considerarse desde un principio como tal. De acuerdo a esta hipótesis en la Fig. 1 se representan las huellas espectrales de cuatro de los canales doblemente selectivos más ampliamente aceptados: [9] (pp.19), para selectividad en tiempo y para selectividad en frecuencia [9] (pp.38), de acuerdo al modelo presentado en el apartado II. Un primer análisis demuestra de manera clara como en todos los casos las huellas espectrales presentan una forma más similar a una elipse que a un rectángulo. Interesante resulta también el hecho de que en prácticamente todos los casos puede encontrarse más energía en los puntos medios de los bordes del rectángulo (límite a partir del cual el modelado rectangular desestima el canal) que en las esquinas del mismo (tenidas en cuenta por el muestreo rectangular y despreciadas por el hexagonal), que es la tesis que, como ya se ha comentado, permite el salto directo de la interdependencia dimensional a la distribución de pilotos rectangular. Respecto a los diferentes tipos de canales estudiados, se comprueba cómo es en el III (correspondiente a un modelado Jakes, el entorno de mayor movilidad) en el que la supremacía de la forma elipsoidal sobre la rectangular es menos clara y será, por lo tanto, en ese canal (el que más en compromiso pone la tesis sostenida) en el que se centrará el análisis numérico del apartado IV.

Aceptada la tesis de que para los canales doblemente selectivos de mayor aceptación la región que confina el espectro del canal móvil se corresponde más fielmente con una elipse que con un rectángulo, el siguiente paso consistirá en encontrar cuál es el esquema de muestreo que permite reproducir este espectro de forma más eficiente. Un análisis exhaustivo sobre los muestreos bidimensionales regulares puede encontrarse en [10], donde se concluye que, entre los mismos, el muestreo hexagonal es el más apropiado para representar señales de espectro elipsoidal-circular. Si adaptamos el análisis de [10] a nuestro modelo y se hace uso

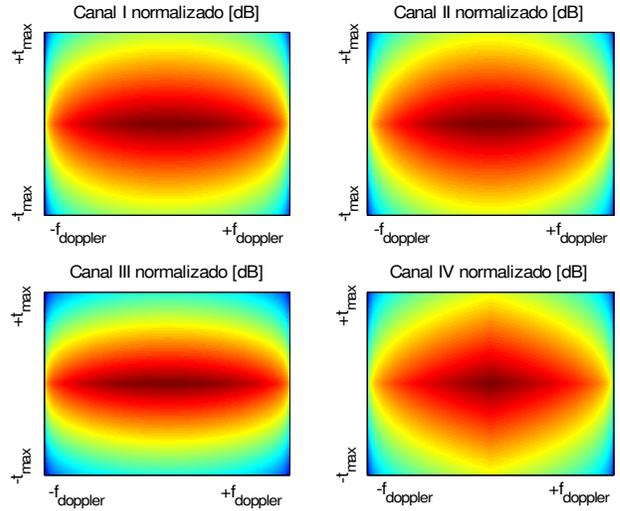


Fig. 1: huellas espectrales para los modelos generales de canales móviles presentados en [9].

de la notación presentada líneas atrás, podemos ver cómo se traduce esta afirmación al problema que nos atañe

Para ello, en Fig. 2, se muestra la estructura del muestreo rectangular y hexagonal y sus efectos en lo que a réplica de un espectro de huella circular se refiere. Pese a que en dicha figura ya se aprecia de manera clara que la disposición hexagonal compacta de manera más eficiente el espectro circular (i.e. las frecuencias de muestreo requeridas serán menores y, por lo tanto, también lo será la densidad de pilotos), de forma intuitiva esta ganancia puede calcularse como la diferencia entre las áreas de las regiones de réplica para ambos casos ( $6 \cdot R / \sqrt{3} \cdot R = \alpha \cdot 4R^2 \rightarrow \alpha = \sqrt{3}/2$ ), siendo el resultado plenamente coincidente con la menor densidad ( $1 - \alpha = 13.4\%$ ) anunciada en [10].

Considerando las propiedades de los espectros de los canales móviles aludidas en II y basándose en sus valores de  $f_{Dmax}$  y  $\tau_{max}$ , podemos afirmar que los anchos de banda independientes del canal son:  $\Omega_i = f_{Dmax} T_{simb, OFDM}$  y  $\Omega_k = \Delta F \tau_{max}$  [2], luego el espaciado entre pilotos para un esquema de pilotos hexagonal deberá ser, de acuerdo a los resultados presentados:  $N_{iH} = (\sqrt{3} \cdot f_{Dmax} T_{simb, OFDM})^{-1}$  y  $N_{kH} = (2 \cdot \Delta F \tau_{max})^{-1}$ . Para el caso rectangular, los valores de espaciado entre

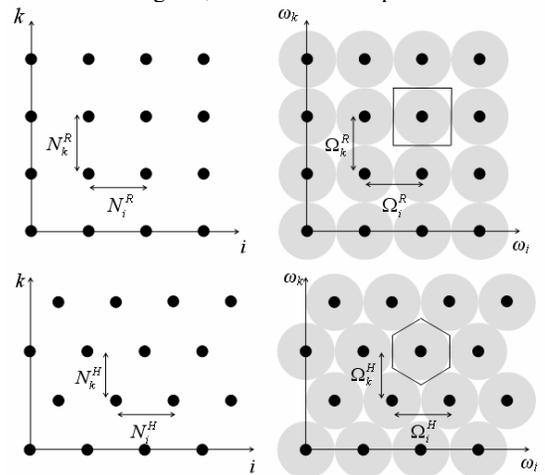


Fig. 2: estructura de muestreo (izquierda) y la réplica de espectro que provoca en el dominio transformado (derecha) para una disposición rectangular (superior) y hexagonal (inferior).

pilotos exigidos hubieran sido  $N_{iR}=(2 \cdot f_{Dmax} T_{simb,OFDM})^{-1}$  y  $N_{kR}=(2 \cdot \Delta F \tau_{max})^{-1}$ , donde se comprueba de forma inmediata el ahorro de un 13.4% de los pilotos. Finalmente, además del carácter óptimo en lo que a muestreo del canal se refiere, la distribución hexagonal favorece también que el procesado bidimensional a realizar (principalmente el de la ecuación (8) a través de la propuesta de [6]) se realice también de forma hexagonal, en el propio [10] se demuestra la conveniencia de este procesado incluso cuando el muestreo hexagonal no presente ventajas de partida

#### IV. ANÁLISIS DE PRESTACIONES

Una vez que hemos demostrado la idoneidad del esquema de pilotos hexagonal pasaremos a implementar el modelo y simular las prestaciones de la estimación. Tal y como ya anunciamos en el apartado III, se ha escogido el canal de entre los presentados en la Fig. 3 cuya huella dista más de la circular (canal III: Jakes). Los parámetros del sistema considerados han sido: un sistema OFDM con  $N=128$ ,  $W=5MHz$ ,  $\Delta F=W/N=39kHz$  y  $T_s=N/W=25.6\mu s$  y un canal doblemente selectivo en tiempo y frecuencia, con  $f_{Dmax}=480Hz$  y  $L=9$  muestras, con lo que  $T_{simb,OFDM}=3.5ms$ . Para estos parámetros, se contemplaron tres esquemas de pilotos regulares distintos: una distribución hexagonal junto a una rectangular y una distribución de incremento lineal. Para realizar la comparativa entre las distintas propuestas de pilotos podíamos optar por dos caminos: hacer iguales las prestaciones en lo que a la calidad de la estimación de los símbolos se refiere y comparar las distintas densidades de pilotos, o igualar la densidad de pilotos y comparar la calidad de la estimación de los símbolos. Consideramos más adecuada la primera, pero, evidentemente, mucho más complicada en lo que en términos de consistencia estadística de los resultados (fiabilidad) se refiere, por lo que optaremos por la segunda. De esta manera, para los tres esquemas anteriores, cumpliendo los requisitos exigidos en lo que ha densidad de pilotos se refiere, tres configuraciones viables con densidades similares son las que pueden observarse en la Tabla 1.

En la Fig. 3 se muestran los resultados medidos en términos de MSE (bruta) en función del valor de  $E_b/N_0$  para los tres esquemas seleccionados.

	<i>Rectangular</i>	<i>Hexagonal</i>	<i>Incr. lineal</i>
$N_k$	4	3 (2x3)	4
$N_i$	18	12	18
$d_p$	0.0139	0.0139	0.0139

Tabla 1: densidad y distancia entre pilotos.

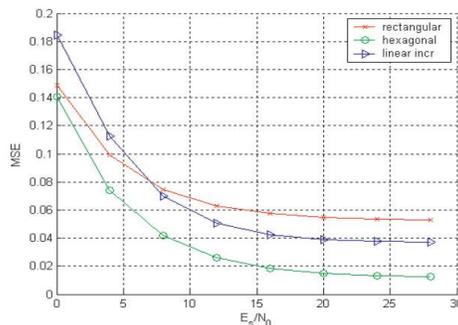


Fig. 3: MSE en función de  $E_b/N_0$  [dB] y de las densidades mostradas en la Tabla 1.

Estos resultados son coincidentes con los presentados en [5] y nos permiten afirmar que las prestaciones son, como habíamos predicho, mejores para el caso hexagonal. Respecto a la cuantía de la mejora se observa que depende del nivel de  $E_b/N_0$ , si bien en todos los casos estudiados el muestreo hexagonal es superior (la “mejora media” puede cifrarse en torno a un par de dB) en términos que serían más justo calificar de cualitativos que de cuantitativos. En lo que respecta a los resultados para la rejilla rectangular y la de incremento lineal, comprobamos cómo no puede afirmarse la superioridad de una sobre la otra, esto coincide también con lo esperado, puesto que si extendemos el análisis mostrado en [10] al caso que nos ocupa comprobamos cómo ambos esquemas deberían obtener unas prestaciones similares.

#### V. CONCLUSIONES

En este artículo se ha afrontado la problemática de estudiar la distribución óptima de pilotos en un sistema OFDM para un canal doblemente selectivo en tiempo y frecuencia. Para encontrar una respuesta óptima al problema se ha decidido tratar el proceso de estimación como muestreo de un proceso estocástico bidimensional. Tanto las conclusiones teóricas como los resultados provenientes de la simulación demuestran que, en ambos casos, para los canales de trabajo, la distribución de pilotos óptima sigue una estructura hexagonal.

#### AGRADECIMIENTOS

Queremos agradecer a la Prof. M. Julia Fernández-Getino (Univ. Carlos III de Madrid) el habernos puesto en contacto con el problema de la distribución óptima de pilotos en sistemas OFDM, así como al Prof. Georgios B. Giannakis (Univ. of Minnesota) por su ayuda a la hora de comprender el proceso de estimación en canales doblemente selectivos.

#### REFERENCIAS

- [1] S.Adireddy, L.Tong, and H.Viswanathan, “Optimal placement of training for frequency-selective block-fading channels,” IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 48, pp. 2338-2353, Aug. 2002.
- [2] R. Nilsson, O. Edfors, M. Sandell, P. O. Boerjesson, “An Analysis of Two-Dimensional Pilot-Symbol Assisted Modulation for OFDM”, Proc. of IEEE (ICPWC’97), pp. 71-74, Bombay, India, Dec. 1997.
- [3] R. Negi, J. Cioffi, “Pilot Tone Selection for Channel Estimation in a Mobile OFDM System”, IEEE Trans. on Consumer Electronics, Vol. 44, No. 3, August 1998.
- [4] X.Ma, G.Giannakis, “Optimal Training for Block Transmissions Over Doubly Selective Wireless Fading Channels”, IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 51, pp. 1351-1366, May. 2003.
- [5] M.J. Fernández-Getino García, J.M. Páez-Borralló, S. Zazo “Novel Pilot Patterns for Channel Estimation in OFDM Mobile Systems over Frequency Selective Fading Channels”, Proc. of IEEE Int. Symp. on PIMRC’99, Vol. 2, pp. 363-367. Osaka, Japón, 12-15 Sept. 1999
- [6] P. Hoeher; S. Kaiser; P. Robertson, “Two-dimensional pilot-symbol-aided channel estimation by Wiener filtering”, IEEE ICASSP-97., 1997 Volume: 3 , 21-24 April 1997 Pages:1845 - 1848 vol.32
- [7] O.Edfors, M. Sandell, J.-J. van de Beek, S. K. Wilson, P. O. Börjesson, “OFDM Channel Estimation by Singular Value Decomposition”, IEEE Trans. on Communications., vol. 46, no. 7, pp. 931-939, July 1998.
- [8] Z. Wang and G. B. Giannakis, “Linearly Precoded or Coded OFDM against Wireless Channel Fades?” Proc. of 3rd IEEE Workshop on SPAWC , pp. 267-270, Taoyuan, Taiwan, R.O.C., March, 2001.
- [9] M.K.Simon, M.S.Alouini, “Digital Communication over Fading Channels”, 2nd.ed, Wiley-IEEE 2005.
- [10] R.M. Mersereau, “The Processing of Hexagonally Sampled Two-Dimensional Signals”, Proc. of the IEEE, Vol. 67, No 6, June 1979.