

# Programa docente de Matemáticas II

## Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática (ESCET)

Razvan Gabriel Iagar  
Área de Matemática Aplicada, ESCET

### 1. Presentación

En esta asignatura se imparten los fundamentos del «Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables», del «Cálculo Vectorial», de las «Ecuaciones Diferenciales Ordinarias» y del «Cálculo Numérico». En el primer bloque se trata de extender a varias variables reales los conceptos del cálculo en una variable real, incluyendo temas como optimización en varias variables y cálculo de integrales múltiples, muy importantes en aplicaciones. El segundo bloque incluye el cálculo con campos vectoriales y las relaciones entre integrales de línea y superficie, fundamentales en las aplicaciones físicas (donde representan medidas como el trabajo de un campo de fuerzas o el flujo de un campo vectorial) y las integrales de área y volumen. Estos bloques incorporan también el cálculo de longitudes, áreas, volúmenes y otras magnitudes en espacios planos y curvos, respectivamente. El tercer bloque consiste en una introducción a las ecuaciones diferenciales y los métodos de resolución básicos para ciertos tipos de ecuaciones diferenciales más comunes, tanto lineales como no lineales, subrayando que son el modelo principal de procesos dinámicos de la naturaleza y la ingeniería. Por último, el cuarto bloque está dedicado a los principios de la aproximación y error numéricos que sientan las bases de gran número de métodos aplicados a la ingeniería.

Esta materia es un requisito para un seguimiento y comprensión óptimos de otras asignaturas del grado, en particular «Física» (1º), «Estructura de Componentes Electrónicos» (1º), «Termodinámica Aplicada» (2º), «Métodos Matemáticos Aplicados a la Ingeniería» (2º), «Transmisión de calor» (2º), «Ingeniería de fluidos» (2º), «Física Aplicada a la Ingeniería» (2º), «Ciencia e Ingeniería de Materiales» (2º), «Automatización y Robótica Industrial» (3º), «Electrónica de Potencia» (3º), «Diseño Mecánico» (3º).

**Requisitos previos.** Para el buen desarrollo de la asignatura, se recomienda encarecidamente haber superado «Matemáticas I», asignatura de primer semestre, puesto que ésta comprende el conocimiento de las técnicas básicas de derivación e integración de funciones de una variable a partir de las que se construyen las propias de varias variables. En todo caso, es necesario dominar (entre otros):

- la teoría básica de conjuntos;
- la topología de la recta real;
- límites y continuidad de funciones de una variable;
- derivabilidad e integrabilidad de funciones de una variable;
- optimización con funciones de una variable;
- ecuaciones en el plano y ecuaciones lineales en general;
- el álgebra de vectores, matrices y diagonalización;

- notación matemática.

**Resultados del aprendizaje.** Al superar con éxito esta asignatura, un estudiante deberá ser capaz de:

- comprender la geometría y la representación gráfica de funciones en varias variables;
- conocer y estudiar propiedades de estas funciones como límites, continuidad, diferenciabilidad, continuidad de las derivadas parciales;
- modelar y optimizar procesos con funciones de varias variables;
- parametrizar curvas y superficies;
- calcular longitudes, áreas y volúmenes de curvas, superficies y sólidos;
- calcular trabajo a lo largo de una curva o flujo a través de una superficie;
- relacionar área, volumen, trabajo y flujo mediante los teoremas fundamentales de cálculo vectorial;
- entender lo que es una solución de una ecuación diferencial y resolver analíticamente los tipos más comunes de ecuaciones diferenciales ordinarias.

## 2. Competencias

### 2.1. Generales

- CG01. Capacidad de síntesis y análisis
- CG07. Resolución de problemas
- CG13. Razonamiento crítico

### 2.2. Específicas

- CE01. Conocer y comprender los fundamentos básicos del cálculo integral y diferencial, las ecuaciones diferenciales, el cálculo numérico, y tener la capacidad para utilizarlos en la descripción y comprensión de situaciones del ámbito de estudio de la ingeniería electrónica.

## 3. Contenidos

**Bloque I.** Cálculo diferencial en varias variables.

**Tema 1.** Límites y continuidad.

- Funciones de varias variables.
- Límites y límites iterados, direccionales y/o radiales.
- Continuidad.

Objetivos. Adquirir la destreza básica para entender y describir conjuntos y funciones. Estudiar el comportamiento puntual o asintótico de estas últimas como generalización a varias variables de los conceptos de una variable así como de la aritmética de límites. Afrontar argumentativamente la casuística multidimensional.

**Tema 2.** Diferenciabilidad. Operaciones.

- Derivadas parcial y direccional.
- Derivada y diferencial.
- Gradiente y matriz jacobiana.
- Derivadas iteradas y matriz hessiana.

Objetivos. Definir diferentes conceptos relacionados a la tasa de cambio de una función y relacionar estos entre ellos. Conocer operadores diferenciales destacados y su relación con la diferencial y la diferenciabilidad, generalizaciones de la derivada y la derivabilidad.

**Tema 3.** Diferenciabilidad. Aplicaciones.

- Regla de la cadena.
- Teorema de Taylor.
- Puntos críticos, extremos relativos y absolutos.

Objetivos. Aplicar las definiciones y operadores para la extensión de la aritmética de derivadas para cálculos indirectos y aproximaciones. Aplicar estos mismos al cálculo de extremos (optimización).

**Bloque II.** Cálculo integral en varias variables.**Tema 4.** Integración múltiple.

- Conjuntos simples, recintos de integración.
- Integración múltiple, área y volumen.
- Cambios de variable.
- Aplicaciones.

Objetivos. Dar descripciones alternativas de conjuntos simples. Entender la integración múltiple, el cálculo de áreas y volúmenes, como la iteración de integrales de una variable o, alternativamente, como la contracción por suma ciega de una o varias dimensiones. Entender la independencia de estos cómputos de órdenes preestablecidos sobre las coordenadas y de las propias coordenadas. Realizar el cálculo de magnitudes físicas como la masa, centro de masas, cantidad de calor, densidad media, temperatura media, etc.

**Tema 5.** Integración escalar sobre curvas y superficies.

- Parametrización de curvas y superficies.
- Integrales de línea y superficie de campos escalares.

Objetivos. Describir curvas y superficies paramétricamente. Definir elementos geométricos asociados (tangente y normal unitarios). Calcular longitudes de curvas y áreas de superficies, áreas sobre curvas y volúmenes sobre superficies, ambas bajo funciones.

**Tema 6.** Integración vectorial sobre curvas y superficies.

- Campos vectoriales y operadores diferenciales.
- Integrales de línea y superficie de campos vectoriales.
- Teoremas fundamentales.

Objetivos. Conocer e interpretar operadores diferenciales sobre campos vectoriales (divergencia y rotacional). Ampliar las integrales de línea y superficie a campos vectoriales e interpretar éstas físicamente. Relacionarlas además con integrales usuales y entre ellas.

**Bloque III.** Ecuaciones diferenciales.

**Tema 7.** Ecuaciones diferenciales ordinarias.

- Ecuaciones diferenciales.
- Métodos de resolución.

Objetivos. Abstraer el concepto de ecuación y solución. Resolver ecuaciones tipo cuya resolución se conoce para determinar la solución de problemas de valores iniciales y de frontera.

**Bloque IV.** Cálculo numérico.**Tema 8.** Cálculo numérico.

- Aproximación numérica.
- Derivación numérica.
- Integración numérica.

Objetivos. Entender la diferencias entre el universo de datos continuos y el de datos discretos. Aproximar funciones continuas de las que sólo se conoce una cantidad finita de datos. Extender este principio al cálculo de derivadas e integrales.

**4. Cronograma**

En la siguiente tabla, se muestra como distribuir el contenido de los ocho temas (T) a lo largo de doce semanas (S) con una carga de seis horas (h) semanales.

S	h	T	Contenido
	2	1	funciones, curvas de nivel y grafo
1	2	1	límites: definiciones
	2	1	cálculo de límites y continuidad
	2	2	derivadas parcial y direccional, gradiente
2	2	2	diferenciabilidad y diferencial
	2	3	regla de la cadena, función implícita
	2	3	puntos críticos
3	2	3	optimización libre
	2	3	optimización restringida a recintos cerrados
	2	4	construcción de la integral doble
4	2	4	integración iterada
	2	4	teorema de Fubini
	2	4	integración sobre dominios generales
5	2	4	coordenadas polares
	2	4	cambios de variable más generales
	2	4	integrales triples
6	2	4	coordenadas cilíndricas y esféricas
	2	4	ejercicios de repaso de integración múltiple
	2	5	parametrización de curvas
7	2	5	integrales de línea escalares
	2	6	campos conservativos y función potencial; teorema fundamental

S	h	T	Contenido
	2	6	teorema de Green y aplicaciones
8	4	5	parametrizar superficies; integral de superficie escalar
	2	6	integrales de flujo
9	2	6	teoremas de divergencia y Stokes
	2	6	ejercicios de repaso de cálculo vectorial
	2	7	noción de ecuación diferencial; variables separables
10	2	7	ecuaciones homogéneas, lineales y Bernoulli
	2	7	método del factor integrante
	4	7	ecuaciones lineales de segundo orden
11	2	7	ecuaciones Euler y problema de valor inicial y frontera
	2	8	interpolación numérica
12	2	8	diferenciación numérica
	2	8	integración numérica simple

## 5. Material

La materia cuenta con un extenso material para ser utilizado a lo largo del curso, durante las clases y durante el trabajo personal.

- Notas de la materia. Se recomienda leer la sección correspondiente previo a cada sesión.
- Colecciones de ejercicios. Se recomienda realizar los ejercicios correspondientes previo a cada sesión. Algunos ejercicios de clase son extraídos de esta colección pero también se propondrán ejercicios nuevos.
- Colección de exámenes. Son un buen repaso para los alumnos en vista de la preparación de las pruebas de evaluación.
- Prácticas. Los enunciados de prácticas de computación están incorporados en la colección de ejercicios.